Technische Universität München
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr

WS 2002/03
Übungsblatt 9
13. Dezember 2002

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Letzter Abgabetermin: 13. Januar 2003 (vor der Übung)

Aufgabe 1

Für diese Aufgabenstellung sei ein beliebiger Medianalgorithmus, sowie eine n-elementige Menge S gegeben. Der Median einer Menge mit einer geraden Anzahl von Elementen kann auf mehrere Arten eindeutig definiert werden. Geben Sie an, von welcher Definition Sie beim gegebenen Algorithmus ausgehen. Beschreiben Sie ein Verfahren, wie man das i-größte Element aus S bestimmen kann, wenn man hierzu den gegeben Medianalgorithmus als *Blackbox* verwenden möchte. Der Algorithmus soll dabei möglichst selten aufgerufen werden.

Aufgabe 2

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das zweitgrößte Element einer n-elementigen Menge mit $n + \lceil \log_2 n \rceil - 2$ Vergleichen gefunden werden kann. Geben Sie einen vollständigen formalen Beweis an, dass dies auch eine untere Schranke ist.

Aufgabe 3

In der Vorlesung wurden, zur Vereinfachung des Beweises einer linearen oberen Schranke für die Anzahl der Vergleiche im Blum-Floyd-Pratt-Rivest-Tarjan Selektions-Algorithmus, die Gaußklammern in der Rekursionsgleichung vernachlässigt.

Zeigen Sie, dass bei genauer Berechnung, d.h. ohne diese Vereinfachung, ebenfalls eine lineare obere Schranke nachgewiesen werden kann und geben Sie, analog zur Vorlesung, einen geeigneten Wert für den auftretenden Faktor an.

Aufgabe 4

In einer n-elementigen Menge sollen sowohl das minimale als auch das maximale Element bestimmt werden. Geben Sie hierfür ein effizientes vergleichsbasiertes Verfahren an, das mit möglichst wenig Vergleichen auskommt. Begründen sie, dass im worst-case die von Ihnen verwendete Anzahl von Vergleichen auch wirklich benötigt wird.