
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 29.11.2004 vor der Vorlesung

Beim quadratischen Sondieren verwenden wir als erweiterte Hashfunktion eine Funktion der Form

$$\bar{h}(k, i) =_{\text{def}} (h(k) + c_1 \cdot i + c_2 \cdot i^2) \bmod n$$

wobei $h : U \rightarrow \{0, 1, \dots, h-1\}$ für endliches Universum U und $c_1, c_2 \in \mathbb{N}$ sind. Betrachten Sie folgenden Algorithmus auf Eingabe $k \in U$ und Array $A = [0..n-1]$:

- (1) $j := 0$
- (2) $i := h(k)$
- (3) **while** $A[i] \neq k$ **of** $A[i]$ leer
- (4) $j := (j + 1) \bmod n$
- (4) $i := (i + j) \bmod n$
- (4) **return** „Suche beendet“

Nehmen Sie n als Zweierpotenz an.

- (a) Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus Quadratisches Sondieren realisiert. Geben Sie dazu geeignete Konstanten c_1 und c_2 an.
- (b) Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus im schlechtesten Fall alle Array-Positionen durchläuft.

Aufgabe 1

Eine Familie \mathcal{H} von Hashfunktionen von einem Universum U in die Menge B heißt ε -universell, falls für alle Paare $k, l \in U$ mit $k \neq l$ gilt

$$\Pr[h(k) = h(l)] \leq \varepsilon,$$

wobei h eine gleichverteilt aus \mathcal{H} gezogene Hashfunktion sei. Zeigen Sie, dass für eine ε -universelle Familie von Hashfunktionen gelten muß

$$\varepsilon \geq \frac{1}{|B|} - \frac{1}{|U|}.$$

Aufgabe 2

Man kann n Schlüssel dadurch sortieren, dass man zuerst einen binären Suchbaum T initialisiert, danach alle n Schlüssel per $\text{INSERT}(T, k)$ in den Suchbaum T einfügt und schließlich alle Schlüssel in T in ihrer *inorder*-Reihenfolge ausgibt. Untersuchen Sie die worst-case und best-case Laufzeiten dieses Sortierverfahrens.

Aufgabe 3

Die Prozedur $\text{TREEDELETE}(T, z)$ löscht einen Knoten z aus dem binären Suchbaum T . Falls z zwei Kinder hat, wird dazu ein geeigneter Nachfahre von z bestimmt, der gelöscht wird und dessen Schlüssel in den Knoten z kopiert wird. Eine „fairere“ Strategie wäre, nicht nur unter den Nachfahren einen geeigneten Kandidaten zu suchen, sondern auch die Vorfahren von z zu betrachten. Zeigen Sie, wie so eine fairere Strategie implementiert werden könnte?