Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr/Dr. Sven Kosub
Stefan Eckhardt

Wintersemester 2004/05
Übungsblatt 8
10. Januar 2005

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 17.01.2005 **vor** *der Vorlesung*

Aufgabe 1

Bei der MEDIAN-OF-THREE-VERSION des randomisierten QUICK-SORT werden zufällig unter Gleichverteilung Dreiermengen gezogen und der Median dieser drei Elemente als Pivot-Element verwendet.
Bestimmen Sie unter Verwendung der Resultate aus der Vorlesung die maximale erwartete Anzahl von Vergleichen dieses Algorithmus (unter Vernachlässigung der Vergleiche zur Bestimmung des Medians).

Aufgabe 2

Es sei X eine Zufallsvariable mit

$$\Pr(\pi(X) = i) = \begin{cases} \frac{1}{t(n)} & \text{, falls } i \leq \frac{1}{2} \cdot t(n) \\ \frac{1}{t(n)} & \text{, falls } i > n - \frac{1}{2} \cdot t(n) \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases}$$

für alle Ränge i und Permutationen $\pi \in S_n$. Zeigen Sie unter Verwendung der Resultate aus der Vorlesung, dass ein randomisiertes QUICK-SORT mit diesem Zufallsgenerator $\Omega(\frac{n^2}{t(n) \log \frac{4n}{t(n)}})$ Vergleiche benötigt.

Aufgabe 3

Nehmen Sie an, dass Ihr randomisiertes QUICK-SORT einen Zufallsgenerator X auf $\{1, \ldots, n\}$ verwendet, so dass $\Pr[\pi(X) = i] \leq 2^{-k}$ für alle $i \in \{1, \ldots, n\}$ und alle $\pi \in S_n$ gilt.

(a) Zeigen Sie, dass $V(n) \leq \frac{4n^2}{2^k} \cdot \frac{\log n}{\log \frac{2n}{2^t}}$ für $n \geq n_0$ und geeignetes n_0.

(b) Zeigen Sie, dass $V(n) \geq \frac{2n^2}{2^k \cdot \log n}$ für $n \geq n_0$ und geeignetes n_0.

(c) Welche Schranken ergeben sich für $k = 0$ und $k = \log n$?