Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Werner Meixner, Alexander Krauss

Sommersemester 2008
Übungsblatt 4
5. Mai 2008

Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 19. Mai 2008 **vor** *der Vorlesung*

Hausaufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b, p, q, r\}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

1. $L_1 = \{pa^{n!}qb^{2n}r \mid n \in \mathbb{N}\}$.
2. Die Menge L_2 aller Palindrome ungerader Länge über Σ.

Hausaufgabe 2 (4 Punkte)

Wir betrachten die Sprache $L = a(a1a)^*|b(b1b)^*$.

1. Geben Sie die kleinste Pumping-Lemma-Zahl der Sprache L an. Beweisen Sie Ihre Aussage!
2. Konstruieren Sie zu jeder Zahl $n \in \mathbb{N}$ eine Sprache mit kleinster Pumping-Lemma-Zahl 2, die von keinem Automaten mit weniger als n Zuständen akzeptiert wird.

Hausaufgabe 3 (4 Punkte)

Nutzen Sie die Abschlusseigenschaften der regulären Sprachen und die bekannte Tatsache, dass $L = \{a^ib^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ nicht regulär ist, um zu zeigen, dass folgende Sprachen ebenfalls nicht regulär sind.

1. $L_1 = \{a^ib^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i \neq j\}$.
2. $L_2 = \{a^ib^jc^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \vee j = k\}$.

Hausaufgabe 4 (4 Punkte)

Skizzieren Sie ein Entscheidungsverfahren, welches für einen gegebenen DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ entscheidet, ob $L(ab^*a) \subseteq L(M)$.

Hausaufgabe 5 (4 Punkte)

Gegeben sei ein DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Konstruieren Sie einen DFA M', der die folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid M \text{ durchläuft beim Lesen von } w \text{ mindestens dreimal den Startzustand}\}.$$

Hinweis: *Die als* Vorbereitung *bezeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und dienen der häuslichen Vorbereitung der Tutoraufgaben, die ebenfalls nicht bewertet werden. Die Abgabe einer Bearbeitung der Vorbereitungsaufgaben zusammen mit der Bearbeitung der Hausaufgaben wird empfohlen. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet.*

Vorbereitung 1

Ausgehend von Abbildungen von Variablenmengen werden Substitutionen σ rekursiv auf die Menge aller regulären Ausdrücke auf der Basis eines Alphabets Σ erweitert. Für alle regulären Ausdrücke E gilt nach dem Substitutionslemma insbesondere die Gleichung $L[\sigma(E^*)] = L[\sigma(L(E^*))]$. Bei einem Induktionsbeweis dieser Gleichung wird die folgende Gleichungskette betrachtet.

$$\begin{aligned} L[\sigma(L(E^*))] &\overset{(1)}{=} L[\sigma(L(E)^*)] \overset{(2)}{=} L[\sigma(L(E))^*] \overset{(3)}{=} L[\sigma(L(E))]^* \\ &\overset{(4)}{=} L[\sigma(E)]^* \overset{(5)}{=} L[\sigma(E)^*] \overset{(6)}{=} L[\sigma(E^*)]\,. \end{aligned}$$

Zeigen Sie die Korrektheit jeder dieser Gleichungen (1) bis (6)!

Vorbereitung 2

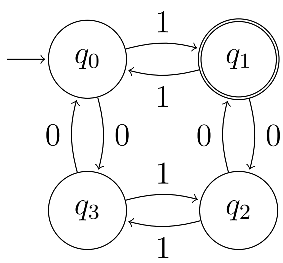
Seien A, B und X Sprachen mit $\epsilon \notin A$. Beweisen oder widerlegen Sie die Umkehrung von Arden's Lemma, d. h. $\quad X = A^*B \implies X = AX \cup B\,.$

Vorbereitung 3

Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein beliebiger DFA ohne unerreichbare Zustände. Sei $A/\equiv_A$ der Quotientenautomat zu A bezüglich der Äquivalenz $\equiv_A$ von Zuständen von A.
Zeigen Sie $L(A) = L\left(A/\equiv_A\right)$!

Tutoraufgabe 1

Konstruieren Sie mit der Gleichungssystem-Methode aus dem folgenden DFA einen äquivalenten regulären Ausdruck:



Tutoraufgabe 2

Gegeben sei der deterministische endliche Automat
$A = (\{0,1,2,3,4,5,6\}, \{a,b\}, \delta, 0, \{6\})$ mit folgender Übergangsfunktion δ:

q	$\delta(q,a)$	$\delta(q,b)$
0	1	0
1	4	5
2	2	2
3	1	3

q	$\delta(q,a)$	$\delta(q,b)$
4	6	3
5	6	0
6	6	2

Konstruieren Sie einen zu A äquivalenten DFA mit einer für $L(A)$ minimalen Anzahl von Zuständen.