Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Werner Meixner, Alexander Krauss

Sommersemester 2008
Übungsblatt 6
26. Mai 2008

Einführung in die Theoretische Informatik

Abgabetermin: 6. Juni 2008 **vor** *der Vorlesung in die THEO Briefkästen*

Hausaufgabe 1 (5 Punkte)

Wir betrachten die Grammatik $G(\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Produktionen

$$S \to aS \mid Sb \mid a \mid b \ .$$

Zeigen Sie per Induktion, dass ein $w \in L(G)$ nicht das Teilwort ba enthalten kann.

Hausaufgabe 2 (5 Punkte)

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an mit

$$L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \neq \#_b(w)\}$$

und zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

Hausaufgabe 3 (5 Punkte)

Sei $\Sigma = \{0, 1, (,), +, *, \boldsymbol{\emptyset}, \boldsymbol{\epsilon}\}$ die Zeichenmenge, aus der reguläre Ausdrücke über dem Alphabet $\{0, 1\}$ gebildet werden. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Menge der wohlgeformten regulären Ausdrücke beschreibt.
Ist Ihre Grammatik eindeutig?

Hausaufgabe 4 (5 Punkte)

1. Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA. Formulieren Sie ein allgemeines Verfahren zur Definition einer rechtslinearen Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$, so dass $L(G) = L(A)$ gilt.

2. Wenden Sie nun Ihr Verfahren an auf den folgenden speziellen DFA
$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_3\}$ mit der Übergangsfunktion $\delta(q_i, a) = q_{(i+1) \bmod 4}$, $\delta(q_i, b) = q_{(i-1) \bmod 4}$.

Hinweis: *Die als* Vorbereitung *bezeichneten Aufgaben werden nicht bewertet und dienen der häuslichen Vorbereitung der Tutoraufgaben, die ebenfalls nicht bewertet werden. Die Abgabe einer Bearbeitung der Vorbereitungsaufgaben zusammen mit der Bearbeitung der Hausaufgaben wird empfohlen. Tutoraufgaben werden in den Übungsgruppen bearbeitet.*

Vorbereitung 1

Wandeln Sie folgende Grammatik in Chomsky-Normalform um:

$$\begin{aligned} S &\to 0A0 \mid 1B1 \mid BB\,, \\ A &\to C\,, \\ B &\to S \mid A\,, \\ C &\to S \mid \epsilon\,. \end{aligned}$$

Tutoraufgabe 1

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik $G = (V, \{a, b\}, P, S)$ mit Produktionen in Chomsky-Normalform

$$\begin{aligned} S &\to XC_3 \mid XY \mid AC_3 \mid AY \mid XX \mid XB \mid XA \mid AX \mid AB \mid AA \mid \epsilon\,, \\ X &\to AC_1 \mid AX \mid AA\,, \\ C_1 &\to XZ \mid AZ\,, \\ Y &\to ZC_2 \mid ZB \mid BZ \mid BB\,, \\ C_2 &\to BZ\,, \\ Z &\to XC_3 \mid XY \mid AC_3 \mid AY \mid XX \mid XB \mid XA \mid AX \mid AB \mid AA\,, \\ C_3 &\to YZ \mid XZ \mid BZ \mid AZ\,, \\ A &\to a\,, \\ B &\to b\,. \end{aligned}$$

Entscheiden Sie mit Hilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob die Wörter $aabaa$ und $abab$ in der Sprache $L(G)$ enthalten sind! Geben Sie gegebenenfalls Ableitungen an!

Vorbereitung 2

Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ mit leerem Keller akzeptiert. Geben Sie die Konfigurationsfolge an, die der Automat durchläuft, wenn er das Wort a^3b^3 liest.

Tutoraufgabe 2

Zeigen Sie, dass es für jeden Kellerautomaten einen äquivalenten Kellerautomaten mit nur *einem Zustand* gibt.

Tutoraufgabe 3

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^{4n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die L erzeugt.
2. Konstruieren Sie mit entsprechenden Standardverfahren aus der Vorlesung zu G einen Kellerautomaten K, der L durch Endzustände akzeptiert.

Tutoraufgabe 4

In der Definition für Kellerautomaten gibt es die Beschränkung $|\delta(q, b, Z)| < \infty$ für $q \in Q, b \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, Z \in \Gamma$. Ansonsten erhielte man ein sehr unrealistisches Automatenmodell.
Zeigen Sie, dass ohne diese Einschränkung jede beliebige Sprache von einem Kellerautomaten akzeptiert werden würde.