WS 2012/13

Diskrete Strukturen

Ernst W. Mayr

Fakultät für Informatik
TU München

http://www14.in.tum.de/lehre/2012WS/ds/

Wintersemester 2012

Kapitel 0 Organisatorisches

- Vorlesung:
  - Di 13:45–15:15 (MI HS1),
    Do 10:15–11:45 (MI HS1) Videoübertragung beider Vorlesungen in den Interims HS2
  - Pflichtvorlesung Bachelor Informatik, Wirtschaftsinformatik, Bioinformatik, Games Engineering
- Übung:
  - 2SWS Tutorübung: siehe Übungswebseite
    Anmeldung in TUMonline
  - 2SWS Zentralübung (nicht verpflichtend): Mi 17:45–19:15 (MW 0001)
  - Übungsleitung: Dr. Werner Meixner

- Umfang:
  - 4V+2TÜ (+2ZÜ), 8 ECTS-Punkte (Modulnr. IN0015)
- Sprechstunde:
  - Do 12:00 - 13:00Uhr (MI 03.09.052) und nach Vereinbarung

- Übungsleitung:
  - Dr. W. Meixner, MI 03.09.040 (meixner@in.tum.de)
    Sprechstunde: Di 12:15 - 13:00Uhr und nach Vereinbarung
- Sekretariat:
  - Frau Lissner, MI 03.09.052 (lissner@in.tum.de)
- Webseite:

http://wwwmayr.in.tum.de/lehre/2012WS/ds/

- Haus-/Übungsaufgaben:
  - Ausgabe jeweils am Montag auf der Webseite der Übung zur Vorlesung
  - bestehend aus Vorbereitungs-, Tutor- und Hausaufgaben
  - Abgabe Dienstag eine Woche später bis 14:00Uhr, Briefkasten
  - Besprechung in der Tutorübung
  - vorauss. 14 Übungsblätter

- Klausur:
  - (Freiwillige) Midterm am 15. Dezember 2012, 09:00–11:30 (MW 0001, MW 1801, MW 2001, MI HS1, Interims Hörsaal 101)
  - Klausur am 16. Februar 2013, 11:00–13:30 (MW 0001, MW 1801, MW 2001, MI HS1, Interims Hörsaal 101)
  - Wiederholungsklausur: 9. April 2013, 11:00–14:00 (MW 1801, MW 2001)
  - bei den Klausuren sind *keine* Hilfsmittel außer jeweils einem eigenhändig beschriebenen DIN-A4-Blatt zugelassen
  - Für das Bestehen des Moduls ist die erfolgreiche Teilnahme an der Abschlussklausur (mindestens 40% der Gesamtpunktzahl) erforderlich. Es zählt dann die bessere der in Midterm bzw. Abschlussklausur erzielten Noten.
  - Die Erfahrungen der letzten Jahre legen nahe, dass es für die erfolgreiche Bearbeitung der Abschlussklausur sehr förderlich ist, die angebotenen Hausaufgabenblätter zu bearbeiten (Sie erhalten sie korrigiert zurück), an der Tutorübung und auch(!) an der (freiwilligen) Zentralübung teilzunehmen!

1. Ziel der Vorlesung

Der Zweck dieser Vorlesung ist der Erwerb der Grundlagen

- beim Umgang mit logischen, algebraischen und algorithmischen Kalkülen,
- beim Lösen kombinatorischer Problemstellungen,
- bei der quantitativen Betrachtung der Effizienz von Lösungsmethoden und Algorithmen

2. Wesentliche Inhalte

- Wiederholung grundlegender Begriffe der Mengenlehre und der Aussagenlogik
- Algebraische Strukturen (elementare Grundlagen aus der Gruppen-, Ring- und Körpertheorie)
- Kombinatorik (elementare Zählmethoden und kombinatorische Identitäten)
- Graphen und Algorithmen (grundlegende Definitionen, elementare Algorithmen)

3. Literatur

Steger, Angelika:
Diskrete Strukturen, Band 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra.
Springer, 2001

Gries, David und Schneider, Fred B.:
A Logical Approach to Discrete Math.
Springer, 1993

Schöning, Uwe:
Logik für Informatiker.
Spektrum-Verlag, 2000 (5. Auflage)

Aigner, Martin:
Diskrete Mathematik.
Vieweg, 1999 (3. Auflage)

Kreher, Donald L. und Stinson, Douglas R.:
Combinatorial Algorithms: Generation, Enumeration, and Search.
CRC Press, 1999

Rosen, Kenneth H.:
Discrete Mathematics and Its Applications.
McGraw-Hill, 1995

Graham, Ronald L., Knuth, Donald E. und Patashnik, Oren:
Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science.
Addison-Wesley, 1994

Pemmaraju, Sriram und Skiena, Steven:
Computational Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica
Cambridge University Press, 2003

Weiterführende Literatur:

Aigner, Martin:
A Course in Enumeration.
Springer, 2007

U.v.a.m..

Auch auf

Wikipedia

gibt es manchmal/oft viele weitere Details zu entdecken!

Kapitel I Einleitung, Grundlagen

1. Was sind Diskrete Strukturen?

Der relativ junge Begriff Diskrete Strukturen oder auch Diskrete Mathematik umfasst Kombinatorik, Graphentheorie, Optimierung, Algorithmik und einiges mehr. Das Gebiet beschäftigt sich mit Mengen wohlunterschiedener Objekte, also Objekten, die jeweils eindeutig und endlich beschrieben werden können. Wohlunterschieden sind z. B. die Elemente der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen, jedoch nicht die Elemente der reellen Zahlen $\mathbb{R}$. Diskret bedeutet insbesondere, dass die betrachteten Mengen im Allgemeinen endlich oder abzählbar unendlich sind.

Was sind (keine) Diskreten Strukturen?

- Die Analysis (Integral- und Differentialrechnung), (komplexe) Funktionentheorie oder die Funktionalanalysis sind Teilgebiete der Mathematik, die sich mit kontinuierlichen Mengen und Größen befassen.
- Die Analysis (und Bereiche wie das Wissenschaftliche Rechnen) sind Grundlagen der Ausbildung von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren.
- In der Algebra, der Kombinatorik und z.B. der Graphentheorie sind jedoch häufig und z.T. fast ausschließlich diskrete Objekte oder Strukturen das Ziel der Betrachtungen und Untersuchungen.

(Forts.)

- In der Informatik spielen (letztlich auf Grund der umfassenden Verbreitung digitaler Rechner) diskrete Mengen und Strukturen die Hauptrolle (z.B. Texte, rasterorientierte Graphik, Kombinatorik, (Aussagen-)Logik, Schaltkreise und ICs, ...).
- Rechenzeit und Speicherplatz digitaler Rechner kommen in diskreten Einheiten vor.
- Aber: Ob der physikalische Raum oder die Zeit diskret sind, ist eine Frage (verschiedener) Weltmodelle der Physik!

2. Zusammenwirken mit / Abgrenzung von anderen Bereichen

Letztlich werden fast alle Bereiche der Mathematik benutzt; andererseits hat die Diskrete Mathematik großen Einfluss auf zahlreiche Bereiche der Mathematik und Informatik. Gelegentlich werden jedoch andere als die gebräuchlichen methodischen Grundlagen benötigt, z. B. da die betrachteten Funktionen im Allgemeinen nicht stetig sind.

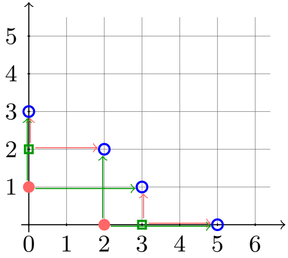
Beispiel 1

Polynome als Funktionen (mit Ableitung, Tangenten, ...) sind nicht unbedingt Stoff der Diskreten Mathematik; ein Beispiel für eine diskrete Betrachtung sind dagegen die sogenannten *Newton-Polytope*:

$$
\begin{array}{ll}
y - x^2: & y^2 + x^3: \\
 & \\
+y \mapsto (1,0,1) & +y^2 \mapsto (1,0,2) \\
-x^2 \mapsto (-1,2,0) & +x^3 \mapsto (1,3,0)
\end{array}
$$

Die Monome über $\{x, y\}$ werden also als (Faktor, x-Potenz, y-Potenz) dargestellt.

Beispiel 2



Die blauen Kreise entstehen durch Vektoraddition der grünen Quadrate und der roten Punkte und stellen das Polytop des Produkts

$$\left(y - x^2\right)\left(y^2 + x^3\right) = y^3 + yx^3 - y^2x^2 - x^5$$

dar (Minkowski-Addition).

3. Komplexität: Ein warnendes Beispiel

$$
\begin{aligned}
(k+2)\cdot\Bigg(1 \quad &- \quad \Big(wz+h+j-q\Big)^2\\
&- \quad \Big((gk+2g+k+1)(h+j)+h-z\Big)^2\\
&- \quad \Big(2n+p+q+z-e\Big)^2\\
&- \quad \Big(16(k+1)^3(k+2)(n+1)^2+1-f^2\Big)^2\\
&- \quad \Big(e^3(e+2)(a+1)^2+1-o^2\Big)^2\\
&- \quad \Big((a^2-1)y^2+1-x^2\Big)^2\\
&- \quad \Big(16r^2y^4(a^2-1)+1-u^2\Big)^2\\
&- \quad \Big(n+l+v-y\Big)^2\\
&- \quad \Bigg(\Big(\big(a+u^2(u^2-a)\big)^2-1\Big)\Big(n+4dy\Big)^2+1-\Big(x+cu\Big)^2\Bigg)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- \quad \Big((a^2-1)l^2+1-m^2\Big)^2 \\
&- \quad \Big(q+y\big(a-p-1\big)+s\big(2ap+2a-p^2-2p-2\big)-x\Big)^2 \\
&- \quad \Big(z+pl\big(a-p\big)+t\big(2ap-p^2-1\big)-pm\Big)^2 \\
&- \quad \Big(ai+k+1-l-i\Big)^2 \\
&- \quad \Big(p+l\big(a-n-1\big)+b\big(2an+2a-n^2-2n-2\big)-m\Big)^2 \;\Bigg)
\end{aligned}
$$

Die positiven Werte, die dieses Polynom mit $(a,\ldots,z) \in {\mathbb{N}_0}^{26}$ annimmt, sind genau alle Primzahlen.
Deshalb empfiehlt sich oft die Verwendung eines symbolischen Mathematikprogramms, z. B. Maple.